

Lungo la strada del *logos*. La dimostrazione geometrica e il lessico di Euclide*

Barbara Pulcini

La geometria dei Greci è il tempio eretto
agli dèi dello spazio dal dio Parola
P. Valery, *Cahiers* VIII

Dopo l'introduzione dell'evanescente figura di Euclide, lo *stoicheiotes* vissuto ad Alessandria intorno al 300 a.C., segue l'analisi della proposizione I 47 (ovvero il teorema di Pitagora) dei suoi *Elementi*; vengono così ripercorse le caratteristiche di una dimostrazione geometrica, valida all'interno del sistema codificato da Euclide nel suo trattato, sintesi di una lunga tradizione e modello di procedimento logico probativo, con cui Euclide codifica il genere dei trattati geometrici, definendone struttura e lessico.

Duplici l'intento di tale contributo: proporre un esempio di lingua greca che, insolita per gli studenti, ha tanta incidenza non solo nei testi scientifici, ma in qualsiasi produzione di tipo argomentativo; dare spazio a un argomento in grado di far emergere le peculiarità della cultura ellenistica.

Euclide

Di Euclide nulla si conosce se non che visse ad Alessandria intorno al 300 a.C. dove tra le tante opere¹ compose gli *Elementi* (Στοιχεῖα) da cui il suo epiteto di στοιχειωτής². Tuttavia, proprio dal rigore e dal

* Questo contributo è stato presentato il 22 febbraio 2018 all'interno del corso di aggiornamento *Usi della lingua. Le lingue classiche oltre la letteratura: riflessioni ed esemplificazioni*, presso il liceo P. Albertelli di Roma. In quell'occasione a esso seguiva un θαῦμα ἰδέσθαι in collaborazione con S. Gianoglio.

¹ *Data, Ottica, Catottrica, Fenomeni e Sectio canonis*; diverse anche le opere a lui attribuite.

² Su Euclide cfr. l'introduzione a Euclide di Frajese – Maccioni 1970; fondamentale è l'edizione curata da Acerbi 2007, la cui ricca introduzione è presupposta in questo

carattere teorico degli *Elementi* sono derivati due aneddoti: in uno³ Euclide avrebbe fatto dare da un servo alcune monete a un allievo che gli chiedeva quale utilità potesse ricavare dai teoremi appresi; nell'altro⁴, richiestogli dal re Tolomeo una sorta di compendio degli *Elementi*, Euclide avrebbe risposto che “non esiste una strada battuta dai re per la geometria”. Entrambi gli aneddoti ricalcano il *cliché* di matrice platonica della scienza avulsa da qualsiasi interesse materiale, di cui esempio famoso è il ritratto che Plutarco offre di Archimede (*Marc.* 17, 5-12).

La strada per la geometria

In particolare nel secondo aneddoto si legge: “καί φασιν ὅτι Πτολεμαῖος ἤρετό ποτε αὐτόν, εἴ τίς ἐστὶν περὶ γεωμετρίαν ὁδός συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως· ὁ δὲ ἀπεκρίνατο, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν⁵”. Dall'aneddoto, ambientato nella corte tolemaica, si deduce una certa familiarità tra lo studioso e il suo re, che discutono sulla geometria, considerata da Euclide la meta da raggiungere. Nella richiesta di Tolomeo ricorre il termine ὁδός, termine riservato alla via che conduce a uno scopo tanto che in unione con μετά produce la parola μέθοδος; nella risposta di Euclide ricorre ἀτραπός, termine usato, invece, per indicare i sentieri di montagna come quello che Efialte svela al re Serse per consentire ai Persiani di

contributo; in tale introduzione viene passata in rassegna la matematica pre-euclidea, la cronologia di Euclide, gli *Elementi* e le altre opere di Euclide; lo studioso, basandosi su quanto effettivamente tramandato dalle fonti, da valutare con prudenza se neoplatoniche come Proclo, è critico sulla possibilità dell'esistenza di un insegnamento istituzionalizzato ad Alessandria (p. 194) e propende per una datazione più bassa di Euclide (p. 200); il medesimo studioso in un contributo successivo (Acerbi 2011) ritorna su Euclide per analizzare struttura e linguaggio di una proposizione, mentre in un altro saggio (Acerbi 2010) affronta anche il problema della trasmissione dei testi. Per una visione d'insieme è utile anche Stamatis 1963, 78-84, che fa notare come la definizione di “geometria non-euclidea” sia equivoca, in quanto essa si differenzia da quella detta euclidea solo per il V postulato (p. 83). Per una sintesi recente cfr. D'Amore – Sbaragli 2017, in particolare su Euclide pp. 237-284.

³ Riportato da Stobeo, *Ecl.* 31, 114.

⁴ Riportato da Proclo nel suo sommario *in I Eucl.*

⁵ Proclo, *in I Eucl.* p. 68, 13-17 Friedlein “Si narra anche che Tolomeo un giorno gli avesse chiesto, se relativamente alla geometria esistesse una strada più breve dello studio degli elementi; lui a sua volta rispose che non esiste una via da re per la geometria”.

sorprendere gli Spartiati del re Leonida alle Termopili⁶. Ancora nella richiesta di Tolomeo ricorre συντομωτέρα (più breve), che nella risposta di Euclide diventa βασιλική. Quindi, Tolomeo è in cerca di un rapido percorso vittorioso, ma Euclide, antitesi del traditore Efialte, con la sua risposta corregge il suo re: la geometria, termine ricorrente tanto nella richiesta del re quanto nella risposta di Euclide, ha un unico percorso possibile, quello segnato dall'*hodos*, strada priva di scorciatoie, non riservata a pochi, ma percorribile da tutti⁷; anzi Euclide sembra affermare che in geometria una “via da re” segni la via del tradimento, che conduce a una falsa vittoria.

In Egitto in realtà esiste davvero un'ὁδὸς βασιλική, una strada regia: si tratta di un'antica via carovaniere che attraversa anche la terra dei faraoni, a cui fa riferimento la Bibbia (*Numeri* 20, 17). A tutti è poi nota la via reale persiana, estesa da Sardi a Susa con le sue diramazioni (Erodoto, V 52-54), la cui definitiva sistemazione risale a Dario I, lungo cui vola la notizia della sconfitta subita da Serse a Salamina tramite i veloci corrieri che “né neve né pioggia né caldo né notte possono fermare” (Erodoto, VIII 98). Anche nella realtà le vie dei re non sono corsie preferenziali, riservate a pochi, ma strade maestre per tutti.

Ad Alessandria, fondata da Alessandro nel 331 a.C., nel periodo in cui visse Euclide si cominciò a organizzare anche la biblioteca, la cui fondazione è attribuita a Tolomeo II che si avvale della collaborazione di Demetrio Falereo, attivo ad Alessandria però soprattutto sotto Tolomeo I. Nella biblioteca confluirono miriadi di

⁶ Herod. VII 213: “Ἀπορέοντος δὲ βασιλέως ὃ τι χρήσεται τῷ παρεόντι πρήγματι, Ἐπιάλτης ὁ Εὐρυδήμου ἀνὴρ Μηλιεὺς ἦλθέ οἱ ἐς λόγους ὡς μέγα τι παρὰ βασιλέως δοκέων οἴσεσθαι, ἔφρασε τε τὴν ἀτραπὸν τὴν διὰ τοῦ ὄρεος φέρουσαν ἐς Θερμοπύλας, καὶ διέφθειρε τοὺς ταύτη ὑπομείναντας Ἕλλήνων”.

⁷ Sull'efficacia dell'immagine della strada per il metodo cfr. Radnitzky, 1979, soprattutto nella sezione “Definizione di metodo”, dove, tra l'altro scrive: “Un metodo può essere dichiarato efficace solo quando risulti tale sempre e dappertutto: il procedimento metodico deve cioè essere «ripetibile». Il metodo non può essere efficace solo quando è adoperato da un dato individuo, ma deve condurre a un determinato risultato anche quando è adoperato da altri: la sua efficacia dev'essere in linea di principio indipendente dalla persona che lo applica, e in questo senso il metodo dev'essere «intersoggettivo»” ([http://www.treccani.it/enciclopedia/metodo_\(Enciclopedia_del_Novecento\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/metodo_(Enciclopedia_del_Novecento)/)).

libri, anche quelli contenenti testi matematici che gli *Elementi* presuppongono⁸.

La biblioteca è emblema della civiltà della scrittura: le persone con essa coinvolte sono le più rappresentative della cultura alessandrina. Nella biblioteca e nel museo, infatti, convivono esperti di lettere e di numeri, come Callimaco e Apollonio Rodio per le prime, come Eratostene per i secondi.⁹ I rapporti si mantengono anche se lontani da Alessandria: lo testimoniano le tante lettere tra scienziati, come quelle di Archimede indirizzate tra gli altri proprio ad Eratostene¹⁰. Dal connubio di lettere e numeri (che per i Greci sono lettere) è garantita la greicità dell'educazione, condensata nella formula οἱ ἀπὸ γυμνασίου. Un aneddoto rileva l'importanza della geometria per la greicità: Aristippo di Cirene, allievo di Socrate, noto per il suo disprezzo per la matematica in quanto scienza indifferente al bene e al male, naufrago senza saperlo a Siracusa, vedendo tracciato sulla sabbia un disegno geometrico ne avrebbe dedotto di essere giunto tra Greci e uomini saggi, non tra barbari¹¹.

Tali esperti contribuiscono alla “gloria dei Tolemei”¹² o con le loro parole o con i loro artifici meravigliosi da esibire, come durante una processione voluta da Tolemeo Filadelfo (Ateneo, 197c-203a) l'*automaton*, una statua di Nisa, balia di Dioniso, in grado di alzarsi, versare del latte e rimettersi a sedere.

Elementi

La possibilità, dunque, di consultare nella nascente biblioteca testi matematici, rintracciandoli perlopiù all'interno di opere filosofiche, consente a Euclide di organizzare i loro contenuti in un sistema che si

⁸ La posizione di Acerbi è tuttavia scettica nei confronti del rapporto tra Euclide e la biblioteca.

⁹ Per i rapporti tra gli intellettuali cfr. Cuomo 2001, dove la studiosa mette anche in evidenza come l'astronomia sia un terreno comune (pp. 139 ss.).

¹⁰ Anche da Apollonio di Perga, che invia ad altri matematici i suoi studi sui quali ritorna per poi rispedirli aggiornati. Sull'importanza della biblioteca per la nascita della filologia e il definirsi della scienza cfr. Jacob 1998.

¹¹ Galen. *Protr.* 5 (I 8 Kuehn); sull'importanza della geometria per l'identità greca cfr. Wallace 1996: per lo studioso la matematica coglie l'aspetto competitivo del confronto ed è tale aspetto a far presa sui giovani, soprattutto nel IV sec. a.C. quando deve essersi definito il concetto di prova matematica.

¹² “La gloria dei Tolemei” è il titolo in italiano di una poesia di Kavafis 1998, pp. 101-2).

dipana nei 13¹³ libri degli *Elementi*, il più antico trattato di geometria giunto fino a noi, con il quale se ne fissa il genere: per il contenuto tale sistema è insieme epilogo di quanto scoperto dal VI sec. a.C., a partire da Talete, fino al 300 a.C.¹⁴ e inizio della cosiddetta geometria euclidea, base per ricerche di livello superiore, a cominciare da quelle di Archimede sul calcolo infinitesimale e di Apollonio sulle coniche; per la forma il suo sistema detta le caratteristiche linguistiche a cui si dovranno adeguare i futuri scritti geometrici.

Gli Stoicheia: un manuale di geometria

Nell'opera tutto il materiale è disposto deducendolo da pochi principi non dimostrati come in una teoria scientifica¹⁵. Euclide, dopo aver raccolto e selezionato il materiale relativo alla geometria, dispone le proposizioni secondo il criterio della deduzione: la proposizione da cui se ne deduca un'altra la precede. Tale procedimento, come aveva notato Aristotele, richiede di stabilire dei principi da cui derivi tutto il resto. Nell'esposizione del materiale i principi, pochi e semplici, detengono un'evidenza, da tutti riconosciuta ma non dimostrata. I principi di Euclide consistono in 23 definizioni (ὅροι), 5 postulati (αἰτήματα) e 9 (ma 5 per Heiberg, a cui risale l'edizione del testo critico di Euclide) nozioni comuni (κοινὰ ἔννοιαι). I 23 ὅροι (in realtà ogni libro ha i suoi *horoi*) contengono le definizioni dei termini (o meglio ne sono le descrizioni), date per esplicitare la valenza geometrica di un oggetto attraverso un termine già in uso nel

¹³ Il quattordicesimo di Ipsicle (II sec. d.C.) e il quindicesimo volume sono entrambi spuri.

¹⁴ Anche per questo sono andati perduti gli *Elementi* scritti prima di Euclide a cominciare da quelli di Ippocrate di Chio, in quanto in quelli di Euclide essi si risolvono; poiché Euclide non cita i suoi predecessori risulta difficile distinguere quanto sia una sua originale dimostrazione da quelle altrui. Anche ai *Phainomena* di Euclide è toccata una sorte analoga a quella degli *Elementi* degli altri autori: probabilmente i suoi *Phainomena* non si sono conservati perché gli studi astronomici in essi contenuti sono confluiti nell'*Almagesto* di Tolomeo, come sostiene Thomas 2004. Sulla svolta rappresentata dagli *Elementi* cfr. ad es. Meschkowski 1973, pp. 15-27.

¹⁵ Su tali aspetti cfr. Russo 1996, in part. pp. 59-62 dedicate al “metodo ipotetico-deduttivo euclideo”. In tale saggio lo studioso spiega perché solo per l'età ellenistica si possa parlare di scienza in quanto solo in quel periodo le conoscenze empiriche, molte delle quali già note in precedenza, vengono inserite in un sistema in base al quale sono rigorosamente dimostrate. Per una sintesi della sua posizione cfr. Russo 2010, pp. 21-27.

linguaggio quotidiano o discusso in ambito filosofico¹⁶; i 5 postulati (αιτήματα) sono richieste perché siano possibili le costruzioni geometriche¹⁷ con il solo impiego di riga e compasso; le 9 (ma 5 per Heiberg, a cui risale l'edizione del testo critico di Euclide) nozioni comuni (κοινὰ ἔννοιαι), corrispettive degli assiomi aristotelici, vale a dire di quell'insieme di operazioni evidentemente valide non solo a livello geometrico, vengono presupposte per rendere possibili anche relazioni fra gli enti geometrici¹⁸. Quindi, definiti i principi tramite l'applicazione ad essi del metodo deduttivo basato sull'analisi risalente ad Aristotele¹⁹, Euclide dispone il materiale raccolto in modo che dai principi si deducano con rigore tutte le proposizioni dei tredici volumi, distinte in dimostrazioni per i θεωρήματα, qualora venga dimostrata la proprietà di una figura, e in risoluzioni per i προβλήματα, qualora venga costruita una figura.²⁰ Non solo i principi,

¹⁶ *Storia del pensiero filosofico e scientifico*. vol. I *L'antichità – Il medioevo*, ed. L. Geymonat, p. 290. Ad es. σημείον, “segnale” nel lessico quotidiano, diviene con un procedimento metaforico “punto” in quello geometrico. Sui suoi possibili significati cfr. Federspiel 1992. Anche il concetto di punto evolve: in origine è un sassolino, che – per quanto di ridotte dimensioni – è materiale, poi diventa un puro concetto senza dimensioni, non più concretizzabile; è tale passaggio, avvenuto probabilmente tra il 500 e il 420 a.C., che porta i Greci a scoprire l'incommensurabilità tra grandezze, ad es. quella tra lato e diagonale di un quadrato: infatti, non esiste un punto materiale che possa essere unità di misura comune tanto per il lato quanto per la diagonale. Su questo aspetto cfr. Frajese 1966, la cui posizione è condivisa anche da Szabó 1983, dove lo studioso sottolinea il ruolo della scuola eleatica nel processo di astrazione; a quest'ultimo studioso si deve anche nella stessa opera l'articolo “Le scienze in Magna Grecia” (pp. 555-584), poi riedito come “Le scienze fisiche e matematiche”, in *Magna Grecia. Vita religiosa e cultura letteraria, filosofica e scientifica*, ed. G. Pugliese Carratelli, Milano 1988, pp. 237-258, dove traccia il contributo della Magna Grecia nelle scienze, a iniziare dalla nascita della logica con la scuola eleatica, ribadendo anche come il linguaggio scientifico abbia non solo rielaborato il lessico quotidiano ma lo abbia anche influenzato. Su tale aspetto specifico cfr. Szabó 1971, dove mostra come la parola “analogia” sia un termine scientifico, nato in ambito musicale e applicato all'aritmetica e alla geometria, per significare “proporzione”, in quanto rapporto tra due elementi, ma passato poi nel linguaggio quotidiano a significare “somiglianza”.

¹⁷ Il primo postulato, ad es., richiede: “Sia stato richiesto di condurre una linea retta da ogni punto a ogni punto” (tr. Acerbi 2007).

¹⁸ Il primo assioma, ad es., afferma: “Gli uguali allo stesso sono uguali tra loro” (tr. Acerbi 2007).

¹⁹ Sulle problematiche legate al procedimento di analisi cfr. Berti 1984.

²⁰ Su tali aspetti, sulle incongruenze riscontrate negli *Elementi*, sul definire le proposizioni teoremi, in quanto un ente geometrico, considerato dal filone platonico eterno, può essere solo osservato, o problemi perché le figure hanno una

ma anche le proposizioni sono elementi, perché ognuna di loro può generare altre proposizioni,²¹ in quanto gli “elementi” sono le lettere, l’alfabeto della geometria: infatti, il termine greco στοιχεῖα, etimologicamente connesso con il verbo στείχω, rinvia alla disposizione in fila delle lettere dell’alfabeto secondo una sequenza fissa che ne favorisca l’apprendimento²². Dal titolo quindi è deducibile una premura didattica. Le 465 proposizioni nei 13 volumi, di cui si compone l’opera di Euclide, dipanano le figure piane e solide, il concetto di proporzione e l’aritmetica. In particolare, i primi quattro libri si occupano di geometria piana²³; il quinto della teoria delle proporzioni tra grandezze che risale a Eudosso di Cnido; il sesto di come si applica la teoria delle proporzioni alla geometria piana, quindi delle proprietà dei poligoni simili; nei libri 7, 8 e 9 viene affrontata la teoria dei numeri o aritmetica, ambito che risale alla scuola pitagorica; nel decimo si tratta degli incommensurabili, noti come gli irrazionali; infine, con i libri 11, 12 e 13 si passa alla geometria solida, dove Euclide applica il metodo di esaurimento ideato da Eudosso di Cnido e poi seguito da Archimede, da Euclide enunciato all’inizio del decimo libro; in particolare, l’ultimo libro, il tredicesimo, è dedicato ai cinque poliedri regolari risalenti a Platone, per cui Proclo ne evince che Euclide sia un platonico. In questo modo gli *Elementi* sono un sistema, costituito da un testo coeso e coerente, modello di riferimento per futuri trattati geometrici.

Gli Stoicheia: un nuovo procedimento

Se indubbia è la logica che guida la disposizione delle proposizioni degli *Elementi*, una logica funzionale all’apprendimento per la sua consequenzialità, diverso però deve essere stato il metodo con cui Euclide è arrivato a desumere i principi, e in particolare i postulati. È,

generazione, cfr. Acerbi 2007, pp. 218-233, Frajese – Maccioni 1970, pp. 47-63 con note al primo libro e soprattutto Zellini 2010, p. 93 e ss.

²¹ Sulle caratteristiche degli *Elementi* di Euclide e per una panoramica degli sviluppi della geometria cfr. Hartshorne 2008 e Gray 2008.

²² Cfr. la voce στείχω in <http://archive.org/stream/Dictionnaire-Etymologique-Grec/Chantraine-DictionnaireEtymologiqueGrec#page/n1067/mode/2up>

²³ Molte delle proposizioni contenute nel I libro sono pre-euclidee perché citate sia da Platone che da Aristotele; per quelle che non lo sono, si potrebbe pensare che le citazioni non siano pervenute sino a noi. È per questo che si pone il problema di distinguere quanto delle opere di predecessori sia confluito negli *Elementi* di Euclide da quanto sia una sua originale elaborazione.

infatti, con il riflettere sulla sistemazione delle proposizioni che Euclide ha preso atto del ricorrere in esse dei postulati: così, sistemando il materiale, Euclide ha ricavato i principi in base ai quali le proposizioni funzionano; ed è proprio in questo che risiede la loro validità. Se così è, i principi non sono separabili dalla teoria né a essa preesistenti, né sono gli elementi costitutivi, quelle componenti costanti, che, evinte con il procedimento di analisi, operano all'interno delle proposizioni, ma, una volta individuate, esse costituiscono anche quei criteri, che se posti al principio, facilitano l'apprendimento. Pertanto la validità dei principi non risiede nella loro evidenza, nell'essere a priori, ma la loro validità è spostata in avanti, è a posteriori: il fatto che le proposizioni funzionino dimostra che i principi sono validi. Nei principi vanno dunque riconosciuti quegli elementi ricorrenti nelle proposizioni, quelle forme di cui l'uomo ha bisogno per organizzare la conoscenza. Tali forme, però, diversamente dalle idee platoniche, non esistono scisse dalle proposizioni, sono le loro componenti, come le lettere lo sono di una parola, sono appunto letteralmente l'alfabeto della geometria. A Euclide è così possibile attribuire un vero e proprio nuovo paradigma, molto simile a quello che ha rivoluzionato la matematica del Novecento; ben presto tale paradigma però, non più compreso, fu abbandonato per ritornare al metodo ipotetico-deduttivo di tipo aristotelico non solo didatticamente, ma anche epistologicamente²⁴.

Tuttavia è difficile ricostruire la posizione epistemologica di Euclide, per diversi motivi: 1) per tutta una serie di assenze: infatti, poiché nel trattato non c'è spazio che per la geometria, non sono espresse posizioni filosofiche; è assente un qualsiasi riferimento a una realtà esterna; è assente qualsiasi forma di omaggio ad una divinità tutelare, come pure la dedica, ad es., al suo re o ad altro studioso; 2) diversi sono gli inserimenti operati dai matematici successivi per i quali, nell'introdurre un'integrazione al testo degli *Elementi*, non è rilevante rendere distinguibile il proprio intervento dal testo di Euclide; 3) la revisione curata dal neoplatonico Proclo, vissuto diversi secoli dopo rispetto allo studioso di Alessandria, sicuramente favorisce l'interpretazione di Euclide come un platonico; 4) la platonicità stessa di Euclide è comunque un dato di fatto, nel senso che nessun intellettuale antico può essere estraneo alla cultura

²⁴ Questa è la chiave di lettura espressa a più riprese da R. Migliorato, di cui può essere esemplificativo Migliorato 2005.

platonica come nessun italiano può essere estraneo alla cultura cattolica.

Ricapitolando, la disposizione dei contenuti negli *Stoicheia*, segue un ordine didattico, ma tale ordine non riflette il procedimento della ricerca. Anche in altri ambiti si procede così: i manuali di storia dispongono i contenuti in ordine cronologico dal passato al presente, ma la ricerca storica procede *à rebours*: è il presente a sollevare il problema, che lo storico indaga. Il manuale non intende riprodurre il procedimento dell'indagine storica, intende invece disporre il materiale in ordine cronologico, quasi deduttivamente, per facilitare l'apprendimento di chi legge.

A prescindere dal rapporto tra metodo di ricerca ed esposizione del contenuto, si può quantomeno sostenere che l'esposizione del contenuto sia tuttora coerente: essa risulta valida, quando se ne accettino i principi; non valida, quando non li si accettino. Non accettando il V postulato si entra nelle geometrie non euclidee, le quali però non negano la geometria di Euclide: semplicemente con esse la geometria di Euclide smette di essere l'unica geometria possibile, ma forse è proprio lei con il suo spazio a contenere gli spazi delle altre²⁵.

Analisi di una proposizione: una questione di forma

Una proposizione si definisce “in logica matematica, enunciazione o espressione di un giudizio in forma dichiarativa non ambigua; ogni proposizione risulta pertanto *vera* oppure *falsa*: per es., « $2 + 2 = 3$ » è una proposizione (falsa), mentre « $4+3$ » e « $x < 5$ » non sono proposizioni”²⁶. Risale ai Greci l'aver individuato nella forma (ovvero nell'aspetto di una proposizione) l'espressione del rigore logico, che permea la dimostrazione, conferendole completezza, oggettività e certezza: se l'enunciato supera l'esame della dimostrazione, la quale procede combinando principi (definizioni, postulati e nozioni comuni) o anche teoremi già dimostrati, la sua conclusione conferma la validità dell'enunciato, il quale, grazie ad essa, si trasforma in un risultato

²⁵ Per le problematiche matematiche, logiche e filosofiche sollevate dal V postulato cfr. ad es. C. Mangione, *Logica e fondamenti della matematica*, in *Storia del pensiero filosofico e scientifico*. vol. III *Il Settecento*, pp. 182-184. Per il rapporto tra la geometria di Euclide e le geometrie non euclidee cfr. Catastini – Ghione, 2018.

²⁶ Cfr. la voce “proposizione” (comma 2) nel Vocabolario Treccani (<http://www.treccani.it/vocabolario/proposizione/>).

acquisito, in un nuovo tassello, in elemento da inserire nella conoscenza umana²⁷. L'obbligatorietà della dimostrazione per la conoscenza è messa in evidenza da Archimede: infatti, nell'introduzione della sua Ἔρφοδος (*Eratosth. praef.*), epistola da lui inviata a Eratostene, lo scienziato di Siracusa afferma che il suo metodo meccanico, pubblicato come lascito perenne per tutti, fornisce un valido punto di partenza per la ricerca, la quale però riceve legittimità solo dalla dimostrazione geometrica. È attraverso la dimostrazione che l'enunciato mostra la propria correttezza; in questo modo la dimostrazione, superato il livello pratico delle scienze matematiche conosciuto già dagli Egizi e i dai Babilonesi, raggiunge un livello generale, vale a dire ripetibile ogniqualvolta si verificano le condizioni richieste dall'enunciato²⁸, applicabile come una legge, i cui testi fungono da modello per le proposizioni in modo da risultare inalterabili e autorevoli²⁹.

Proprio nel periodo in cui è attivo Euclide la logica proposizionale attraverso Diodoro Crono e Filone di Megara muove i suoi primi passi verso la teorizzazione, che trae il suo fondamento

²⁷ Per una panoramica sul rapporto della matematica con la conoscenza cfr. Manin 2008.

²⁸ In Grecia dapprima la matematica si sviluppa come scienza applicata, perché utile nel delimitare i lotti di terra ad es. in una colonia e in generale per riprodurre la pianta di una città o una cartina geografica, nello stabilire regole di tassazione, nel coniare monete e loro sottomultipli, nel definire le transizioni finanziarie legate al commercio: come tale il suo utilizzo è diffuso a vari livelli; poi, soprattutto tramite Platone per il quale la matematica ha bisogno della guida della filosofia per garantirne un uso corretto, invece diventa un sapere astratto, praticata da pochi e scarsamente documentata nella letteratura, ad eccezione dei testi dei filosofi. Per questi aspetti cfr. Cuomo 2001. Anche Asper 2009 ritiene che la matematica applicata preceda quella teorica e che, come l'alfabeto, sia stata importata dal Vicino Oriente mediante mercanti fenici, presenti ad es. nell'Atene del VII sec. a.C.; la matematica applicata consente di calcolare ad es. quanti mattoni servano per la costruzione di un edificio; in questa situazione, chi applica la matematica è simile a un paziente che segue una ricetta o un bugiardino; allora, il testo matematico assume una forma non dissimile da un libretto delle istruzioni che conduce passo dopo passo a un risultato senza sollevare interrogativi epistemologici. Un incentivo alla teorizzazione devono essere stati gli indovinelli come quello sulla quadratura del cerchio perché il problema posto, se pur pratico, non è di quelli che si incontrano nella realtà. Il livello teorico degli *Elementi* di Euclide è garantito da tre caratteristiche, riscontrabili anche nei testi di Archimede e di Aristarco, il provare per via logica, l'interesse per le proprietà astratte, l'uso quasi esclusivo della forma impersonale che vuole veicolare obiettività.

²⁹ Per l'influenza delle leggi sul testo matematico cfr. Asper 2004.

dall'analisi dei sillogismi di Aristotele; essa, poi, giunge a maturazione nel III sec. a.C. con Crisippo, il quale, posti 5 postulati e rappresentate le proposizioni stesse (non suoi termini come in Aristotele) come variabili, fonda una teoria dell'inferenza, vale a dire di deduzioni valide³⁰. Particolarmente importante risulta il contributo di Filone di Megara, detto il Dialettico: a lui è attribuita la definizione della proposizione condizionale “se (non) p allora q”. Questa è in realtà la formula di una dimostrazione, perché “dimostrare un risultato come $2 + 2 = 4$ non significa dunque provare che è vero, o ancor peggio necessariamente vero, ma significa *trovare le condizioni T sotto cui $2 + 2 = 4$ vale*”³¹. La verità, quindi, di una proposizione risiede non nella ricerca di un contenuto, ma nella ricerca delle condizioni che rendono valido quel contenuto.

La dimostrazione (ἀπόδειξις) di una proposizione³² in forma discorsiva, in quanto in esse l'unica notazione simbolica consiste nell'uso delle lettere che rinviano alle figure che affiancano il testo, è scandita su sei fasi, già note a Proclo (*In I Euclidis...* 203, 1 sgg.). Esse si snodano grazie alla costante applicazione di caratteristiche linguistiche, frutto della flessibilità e della densità del greco, che mettono in risalto la chiarezza, l'essenzialità, l'astrazione e la forza argomentativa del linguaggio scientifico. Le sei³³ fasi sono le seguenti: 1. πρότασις o enunciato; 2. ἔκθεσις o istanza; 3. διορισμός o definizione; 4. κατασκευή o costruzione; 5. ἀπόδειξις o dimostrazione; 6. συμπέρασμα o conclusione.

Tali fasi perciò ricorrono anche nel teorema di Pitagora³⁴, che è la proposizione 47 che con la 48, il suo inverso, chiude il primo

³⁰ Per la logica proposizionale Russo, cit. 2001, pp. 241-244.

³¹ Lolli 2005, p. 13; il saggio è uno studio della logica interna alla dimostrazione, di cui sono analizzati vantaggi, modalità (ad es. dimostrazione diretta o indiretta, come quella per assurdo in cui rientra anche il metodo di esaurimento) e coerenza di stili (geometrico, aritmetico, algebrico).

³² Vega Reñón 1996, p. 311.

³³ In realtà in Proclo le fasi 2 e 3 non sono separate, ma costituiscono due aspetti della stessa fase; inoltre, sarebbe possibile distinguere un'ulteriore fase, quella dell'anafora, da inserire tra la costruzione e la dimostrazione; su questi aspetti cfr. soprattutto Acerbi 2007 e Acerbi 2012.

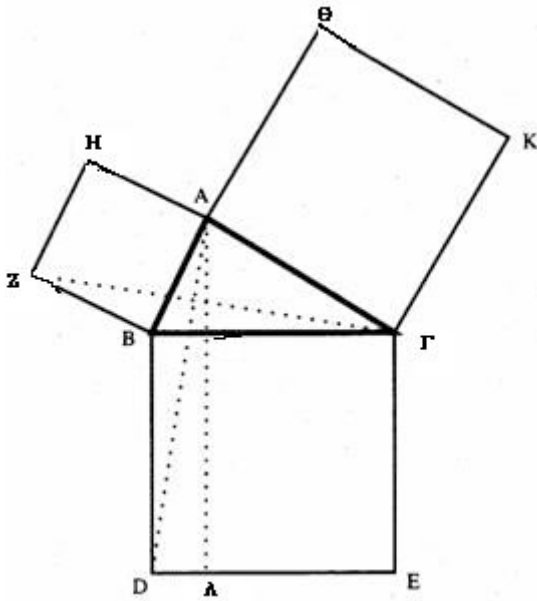
³⁴ L'associazione tra il teorema e Pitagora è legata a un aneddoto, quello di un'ecatombe in alcune fonti (ad es. Diog. VIII 12), ridotta a un bue in altre (ad es. Proclo, *in Eucl.*, ed. Friedlein 426, 6-9), aneddoto, però, poco attendibile dato il vegetarianismo di Pitagora.

volume degli *Elementi*.³⁵ È ormai accertata la conoscenza di tale teorema, quantomeno a livello empirico, sia tra gli Egizi sia tra i Babilonesi ben prima di Pitagora (si trova riprodotto in alcune tavolette babilonesi risalenti al 1800 a.C.), ma è indubbio che con Pitagora o meglio con i pitagorici esso diventi il simbolo di una chiave di lettura del mondo: la sua rilevanza risiede nel fatto di rappresentare il primo caso che unisce i domini della matematica, vale a dire quello dell'aritmetica, risalente proprio a Pitagora, quello della geometria, sistematizzata da Euclide, e anche quello della futura algebra: infatti il teorema mostra come i numeri, ritenuti enti materiali dai pitagorici, possano rappresentare figure geometriche, perché la terna 3, 4, 5 dà forma a un triangolo rettangolo³⁶, che è anche traducibile algebricamente nella formula $a^2 = b^2 + c^2$. È certo uno strano destino che tale teorema, a cui è legato il nome di Pitagora, sia anche alla base del crollo della lettura del mondo data dai pitagorici: essi a lungo tacquero sul rapporto tra la diagonale e il lato di un quadrato, rapporto che, privo di un'unità di misura comune in quanto non esprimibile attraverso due numeri interi positivi, mina la concezione del numero come entità materiale, mina la trasformazione del numero in figura geometrica, mina la dottrina pitagorica in cui il numero è ciò che lega il tutto. Così, secondo la tradizione, quando il traditore Ippaso di Metaponto divulgò l'*arrheton*, tutto andò in fumo. La parola *arrheton*, alla lettera “non dicibile, non divulgabile” pena il crollo della dottrina data l'incommensurabilità, in latino è stato tradotto con *irrationale*, da cui gli irrazionali come $\sqrt{2}$ sempre legato al teorema di Pitagora.³⁷

³⁵ In *Elementi* VI 31 Euclide fornisce una dimostrazione del teorema di Pitagora più generale.

³⁶ Per tale aspetto cfr. Lorenzi – Francaviglia 2010, dove viene ripercorso anche il valore simbolico dei numeri; per una storia del teorema di Pitagora cfr. Bodei – Bottazzini 2018.

³⁷ Sulla dimostrazione dell'irrazionalità di $\sqrt{2}$, per cui pari e dispari coincidono cfr. Russo 1996, 54-55.



1. ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

2. ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ABΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ BAΓ γωνίαν.

3. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς BΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA, AΓ τετραγώνοις.

4. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς BΓ τετράγωνον τὸ BΔEΓ, ἀπὸ δὲ τῶν BA, AΓ τὰ HB, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ α ὀποτέρᾳ τῶν BΔ, ΓE παράλληλος ἦχθω ἡ AΛ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ZΓ.

5. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ BAΓ, BAH γωνιῶν, πρὸς δὲ τινὶ εὐθείᾳ τῇ BA καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A δύο εὐθεῖαι αἱ AΓ, AH μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν: ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓA τῇ AH. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ BA τῇ AΘ ἐστὶν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔBΓ γωνία τῇ ὑπὸ ZBA: ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα: κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ABΓ: ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔBA ὅλη τῇ ὑπὸ ZBΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔB τῇ BΓ, ἡ δὲ ZB τῇ BA, δύο δὲ αἱ ΔB, BA δύο ταῖς ZB, BΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρα: καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔBA γωνία τῇ ὑπὸ ZBΓ ἴση: βάσις ἄρα ἡ AΔ βάσει τῇ ZΓ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ABΔ τρίγωνον τῷ ZBΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον: καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ABΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ BΛ παραλληλόγραμμον: βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν BΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς BΔ, AΛ: τοῦ δὲ ZBΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ HB τετράγωνον: βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ZB καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ZB, HF. τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ BΛ παραλληλόγραμμον τῷ HB τετραγώνῳ. ὁμοίως δὲ ἐπιζευγνυμένων τῶν AE, BK δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ

τετραγώνῳ: ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν, τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

6. ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις: ὅπερ ἔδει δεῖξαι³⁸.

1. Con la πρότασις (ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις) vengono enunciati gli oggetti matematici di cui nel teorema si mostrano le proprietà; si tratta di oggetti matematici universali perché sono indipendenti sia dal tempo come mostra l'uso del presente sia dalle qualificazioni che dalle quantificazioni, caratteristiche che, vincolando la dimostrazione a un caso particolare, le sottrarrebbero il

³⁸ La traduzione del teorema come resa da Acerbi 2007 è la seguente:

“1. Nei triangoli rettangoli il quadrato sul lato che sottende l'angolo retto è uguale ai quadrati sui lati che comprendono l'angolo retto.

2. Sia un triangolo rettangolo ABG che ha l'angolo BAG retto:

3. dico che il quadrato su BG è uguale ai quadrati su BA, AG.

4. Sia infatti stato descritto su BG un quadrato BDEG, su BA, AG i «quadrati» HB, QG, e per A parallela a una o all'altra delle BD, GE sia stata condotta una «retta» AL; e siano state congiunte AD, ZG.

5. E poiché uno e l'altro degli angoli BAG, BAH è retto, su una certa retta BA e su un punto di essa A due rette AG, AH che sono poste non dalla stessa parte fanno pertanto gli angoli consecutivi uguali a due retti: GA è quindi in «linea» retta con AH. Proprio per gli stessi «motivi» anche BA è in linea retta con AQ. E poiché l'angolo DBG è uguale a ZBA – uno e l'altro è infatti retto – sia stato sommato ABG comune: DBA totale è quindi uguale a ZBG totale. E poiché DB è uguale a BG, e ZB a BA, due «rette» DB, BA sono pertanto rispettivamente uguali a due ZB, BG; e un angolo DBA è uguale a un angolo ZBG: AD come base [è] quindi uguale a ZG come base, e il triangolo ABD è uguale al triangolo ZBG; e doppio del triangolo ABD [è] il parallelogrammo BL – infatti, sia hanno base la stessa BD che sono nelle stesse parallele BD, AL –; e doppio del triangolo ZBG è il quadrato HB – di nuovo infatti, sia hanno base la stessa ZB che sono nelle stesse parallele ZB, HG. [E i doppi degli uguali sono uguali tra loro.] Il parallelogrammo BL è quindi uguale al quadrato HB. Del tutto similmente, congiunte AE, BK, anche il parallelogrammo GL sarà dimostrato uguale al quadrato QG: il quadrato BDEG totale è quindi uguale ai due quadrati HB, QG. Ed è il quadrato BDEG descritto su BG, e HB, QG su BA, AG. Il quadrato sul lato BG è quindi uguale ai quadrati sui lati BA, AG.

6. Nei triangoli rettangoli il quadrato sul lato che sottende l'angolo retto è quindi uguale ai quadrati sui lati che comprendono l'[angolo] retto: il che si doveva dimostrare”.

carattere universale. Oltre agli oggetti l'enunciato esplicita la condizione in base alla quale la proprietà risulta valida: in questo caso che i triangoli siano rettangoli. In questa proposizione l'enunciato ha la forma di un'asserzione trasformabile in un'ipotesi (“qualora i triangoli siano rettangoli”), ma spesso esso coincide proprio con la protasi di un periodo ipotetico dell'eventualità (ad es. I 48), a volte resa nella forma implicita di un genitivo assoluto nel X libro (ad es. X 72); per i problemi, invece, di solito, l'enunciato ha la forma di un'infinitiva in cui l'infinito equivale a un imperativo (IV 13).

2. Con l'ἔκθεσις (ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν) si esplicita l'istanza: essa circoscrive la generalità dell'enunciato con il passare dalla situazione generale a quella paradigmatica, data la presenza di lettere che rinviano al disegno che affianca il testo. Le lettere denominano l'oggetto matematico, il quale continua a non riferirsi a nessun caso particolare pur diventando meno astratto. L'istanza può trovare un equivalente, ad es. in metrica, nello schema di un esametro, che non si riferisce a nessun esametro reale, ma contiene tutti i possibili esametri. Dal punto di vista linguistico con l'istanza avviene la scissione dell'enunciato in due distinte proposizioni indipendenti: quella dell'istanza e quella della definizione, che è la fase successiva. È, dunque, avviata l'analisi ovvero lo scioglimento dei legami³⁹: le componenti, così separate, si possono rielaborare, perché una volta scissi i dati di partenza, si può inferire la dimostrazione di cui i dati sono la premessa. L'istanza è caratterizzata, come qui, dalla 3 persona dell'imperativo del verbo εἰμί, ma l'ente geometrico rimane generico in quanto privo di articolo⁴⁰.

3. Nel διορισμός ovvero la “circoscrizione” o “limite definitorio” (λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις) la seconda parte del contenuto dell'enunciato è trasformata in una nuova proposizione, introdotta da λέγω, ὅτι (“dico che”) nei teoremi, mentre da δεῖ (“bisogna”) nei problemi⁴¹. È l'unica situazione in cui ricorre il verbo alla 1 persona

³⁹ Sul significato di analisi intesa come un metodo regressivo cfr. Szabó 1974-75.

⁴⁰ Secondo Acerbi 2010, pp. 39-42, ma anche in altri suoi studi, il verbo essere nell'istanza (ἔστω) non ha valore copulativo come lo ha nell'enunciato (ἐστὶ) e neppure esistenziale, ma il suo valore è espositivo, in quanto presenta gli oggetti di cui si farà uso nella proposizione.

⁴¹ Sull'uso in questa sezione delle proposizioni per i teoremi di “dico che”, per i problemi di “si deve” cfr. Acerbi 2007, p. 216.

singolare⁴²: si tratta sempre di λέγω (dico), che da una parte acquisendo carattere formulare conferma l'impersonalità del linguaggio scientifico, dall'altra però lo lega alla formula magica, in cui la parola ha potere performativo. Il *diorismos* ha la forma di un'affermazione con cui inizia il procedimento d'inferenza; il suo fine è quello di introdurre nella dimostrazione le caratteristiche dell'oggetto matematico rappresentato dal disegno, vale a dire i quadrati derivati dai suoi lati⁴³.

4. La κατασκευή⁴⁴ (ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ α ὀποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἦχθω ἡ ΑΛ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ) è l'insieme delle indicazioni necessarie per terminare la costruzione della figura. In questa sezione di nuovo ricorre l'imperativo alla 3 persona singolare, ma come perfetto medio-passivo. Non è, tuttavia, chiaro come vada intesa la presenza della figura, se con un ruolo ausiliario, di sostegno alla dimostrazione⁴⁵, o se con ruolo probante come porterebbe a credere il lessico del vedere (*theoremata, apodeixis, grapho*) connesso con una proposizione.⁴⁶

5. L'ἀπόδειξις (καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἑκάτερα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν... τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις) è l'argomento vero e proprio o dimostrazione⁴⁷: avviata l'analisi e costruita la figura si fa

⁴² Tuttavia in testi di altri autori, ma anche negli *Elementi* di Euclide, specie per i problemi si trova la I pers. plur., cfr. Acerbi 2012.

⁴³ Secondo Acerbi 2010, pp. 42-45, il quale ritiene che la proposizione si svolga tutta su un livello generale, nell'uso delle lettere e dell'articolo tra l'*ekthesis* e il *diorismos* vi è la seguente differenza: in τὸ ΑΒΓ le lettere, che denotano la figura, non hanno funzione di soggetto in quanto la funzione dell'articolo è qui quella di dare loro quella di apposizione; la sequenza ΒΑΓ è senza articolo in quanto è la prima volta che viene indicato l'angolo; nelle sequenze τῆς ΒΓ e poi τῶν ΒΑ, ΑΓ, che indicano i lati del triangolo, quindi suoi elementi, la funzione dell'articolo è determinativa. In generale la funzione dell'articolo che accompagna le lettere nel corso della proposizione è anaforica, vuole cioè ripetere un sostantivo già nominato, il quale continua a conservare anche nell'anafora la sua forma indeterminata.

⁴⁴ Acerbi 2011, p. 27, mette in evidenza che tale termine nella dialettica di Aristotele indica l'atto di "stabilire una tesi grazie ad un argomento".

⁴⁵ Acerbi 2010, pp. 45-48.

⁴⁶ Lolli 2005, p. 22 s.

⁴⁷ Sull'arco semantico di (ἀπο)δείκνυμι e ἀποδείξις cfr. Vega Reñón 1996, pp. 285-9; in tale contributo, inoltre, viene messo in evidenza la sensibilità della lingua greca rispetto al lessico relativo alle "prove", il contributo di Aristotele al concetto di

vedere che l'enunciato è valido. Il termine ἀπόδειξις, con cui si indica anche l'intero procedimento, deriva dal verbo δείκνυμι (“indicare, mostrare”). Nel proemio di Erodoto il suo uso è in relazione ad una comunicazione di tipo orale perché è il modo con cui viene trasmesso il resoconto derivato dal suo aver visto tramite i viaggi, è infatti la conferenza con cui lo storico comunica la sua *historia* al pubblico degli ascoltatori, di tali conferenze a noi è giunto il testo scritto; nella lingua latina le due sensazioni legate alla radice δείκ, si conservano entrambe, quella orale, in *dic-o*, quella visiva, in *dig-itum* (“dito”). La dimostrazione come fase può essere introdotta da γάρ o οὖν o il periodo, come qui, inizia con una causale (καὶ ἐπεὶ) cui segue la principale: la causale serve a ribadire l'ipotesi iniziale che si è appunto trasformata in causa che trova il proprio contraccambio in ἄρα (“quindi”); tali connettivi anaforici ripetendosi scandiscono i passaggi della dimostrazione. Nel corso di una dimostrazione si possono trovare disgiunzioni e negazioni, il cui scopo è dare fondamenta a una proprietà geometrica ancorandola o alle proposizioni già dimostrate o ai principi. In tale sezione è evidente anche l'attento uso delle preposizioni, anche come preverbi, per definire in modo puntuale la disposizione nello spazio della figura e dei suoi elementi. Continuo è l'uso delle lettere che creano un collegamento con la figura, ma rimane discusso se il rinvio alla figura sia solo un ausilio o sia probante.

6. Il συμπέρασμα o conclusione (ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις: ὅπερ ἔδει δεῖξαι), diverso dall'enunciato solo per la presenza della particella ἄρα, ritorna, come in una costruzione ad anello, necessariamente al livello universale venendo di nuovo meno l'uso delle lettere, tuttavia presenti in altre conclusioni⁴⁸, e del disegno. La necessità logica è cogente in tutta la proposizione tramite l'utilizzo a volte di οὖν e soprattutto, come qui, di ἄρα, particella che da elemento volto a sottolineare un passaggio in Omero a partire da Platone e Aristotele acquisisce forte valore di conseguenza in base a quanto si è espresso come anche quello di spiegazione. Ma la differenza fondamentale è che nella conclusione il contenuto

dimostrazione, l'applicazione della dimostrazione/prova nelle scienze matematiche e il modello rappresentato dagli *Elementi* di Euclide.

⁴⁸ Cfr. Acerbi, ad es. 2011, p. 29.

dell'enunciato a seguito della dimostrazione risulta valido. A sigillo della proposizione ricorre la formula ὅπερ ἔδει δεῖξαι, il cui acronimo italiano CVD deriva da una libera resa del latino *quod erat demonstrandum* (alla lettera “ciò che dovevasi dimostrare” ovvero CDD), internazionalmente noto come *QED*. Tale sigillo, con la variante ὅπερ ἔδει ποιῆσαι per i problemi, è una costante negli *Elementi*, ma non in altre opere matematiche né è così diffuso nella tradizione indiretta: per questo si è pensato che la sua estensione sistematica risalga a Proclo⁴⁹. Se così fosse, risulterebbe ancora più evidente che una formula linguistica, confluita nel linguaggio scientifico, perde connotazioni temporali per poter valere sempre.

Excursus *su* συμπεράσμα

La parola συμπεράσμα, che è un composto di πέρας (“fine, limite”) connesso con πείρα (“prova, esperienza”) e περί (“intorno”), ma anche con πόρος (“passaggio”), indica il mezzo, la risorsa che consente una via di uscita, a cui si contrappone l'ἀπορία, la condizione di chi è in difficoltà, come Prometeo che deve trovare una soluzione all'insipienza del fratello Epimeteo (Platone, *Protagora* 321), ma anche come un uomo che, vedendo per la prima volta la realtà per quello che è, vede contemporaneamente frantumarsi le sue credenze come il giovane schiavo di Menone che capisce di non sapere raddoppiare l'area del quadrato, come il filosofo che sbigottisce e si blocca per poi compiere la sua indagine. Dalla seguente tabella, contenente parole derivate dalle radici πορ περ πειρ si possono dedurre le tante implicazioni a cui συμ-πέρας-μα rinvia:

πορ περ πειρ	πόρος	passaggio, mezzo, risorsa	ἀπορία	senza passaggio
	πέρας	limite, estremità		
	πέρα	di là		
	περί	intorno		
	πειράω	provare	ἄπειρος	senza esperienza
	πείρα	prova; esperienza	ἄπειρον	<ul style="list-style-type: none"> • senza limite • inestricabile • circolare
	πείρω	passare da parte a parte; trapassare		

⁴⁹ Acerbi 2007, p. 216.

Si confronti anche il latino *experior, experientia, periculum, peritus, porta, portus*, nonché l'italiano *porta, porto, poro, aporia, esperienza, pericolo, perito*.

Perciò alle radici $\pi\omicron\rho\ \pi\epsilon\rho\ \pi\epsilon\iota\rho$, da cui deriva anche *symperasma*, si ricollegano parole la cui gamma di significati va dal non passaggio alla mancanza di esperienza, alla circolarità: quando manca un *peras*, un limite, non può esserci un *poros*, un passaggio che consenta di andare al di là, di trapassare, quindi di concludere l'esperienza, che etimologicamente è sempre un pericolo, perché passare da una parte a un'altra è un varcare una porta, un morire. Rispetto a questa situazione l'uomo è l'essere *pantoporos; aporos* nell'*Antigone* (v. 360) di Sofocle, colui che ha tutti i mezzi partendo da una situazione in cui è l'essere senza risorse.

Dalla stessa radice deriva anche *apeiron* (“infinito, illimitato”), qualcosa di cui non si può fare esperienza, perché non ha un limite, quindi non si può attraversare; l'*apeiron*, dunque, non avendo un limite, non è concluso e non è sperimentabile: per questo è imperfetto in Aristotele, nei cui testi esso in natura esiste solo in potenza, ma mai in atto⁵⁰. Proprio in Aristotele ricorre il significato di “circolare” per *apeiron*, in riferimento a un anello, un anello particolare, simile a una fede, considerato imperfetto da Aristotele perché mancante di un elemento, il castone in cui posizionare la gemma che consente di capirne il verso (*Phys.* 207a2-3); per questo per Aristotele il circolare, in cui ogni punto può essere inizio e fine, è imperfetto, è privo di qualcosa. Oggi il punto di vista è diverso: “In geometria, da una prospettiva topologica, la differenza tra una circonferenza e una retta è data da un punto, un punto “in più” che la circonferenza ha rispetto alla retta”⁵¹. Allora anche il segmento in cui vengono proiettati i punti della circonferenza si trova ad avere un punto in più della retta in quanto il segmento è individuato dalla proiezione dei punti della

⁵⁰ L'indagine di Aristotele sull'infinito riguarda soprattutto il III libro della *Fisica*, dove il filosofo analizza il concetto di infinito come inteso dagli altri pensatori, evidenzia l'aporia che ne consegue e sostiene l'impossibilità che esista in atto. La parola *apeiron* è contenuta nell'*Arenario* di Archimede, opera dedicata al sovrano di Siracusa Gelone, in cui lo scienziato vuole calcolare ed esprimere il numero che esprima la quantità dei granelli di sabbia contenuti nell'universo allora conosciuto; per questo, Archimede idea un sistema in grado di esprimere ogni qualsivoglia numero; quindi, è il suo un modo che gli consente di esprimere un numero infinito. Secondo alcuni studiosi Archimede inoltre con il metodo di esaurimento, seguito ad es. per il calcolo di π , si sarebbe avvicinato molto all'infinito attuale.

⁵¹ Argentieri 2013, p. 6.

circonferenza; così i punti della circonferenza e quelli del segmento costituiscono coppie di punti: in questo modo l'infinito è attuale.

Così *πέρας* è la radice di *συμπέρασμα*, composto in cui è presente anche il preverbio *σύν* (insieme) e il suffisso *-μα*. Il preverbio può fare riferimento al lavoro svolto insieme dal maestro e dall'allievo, al quale deve essere dato conto del procedimento; il suffisso *-μα*, il cui opposto è *-σις*, indica il risultato conseguito alla fine di un processo: così *praxis* è l'azione nel suo svolgersi, *pragma* è il fatto, l'azione conclusa. Maestro e alunno insieme sottopongono l'enunciato alla prova della dimostrazione, il cui esito con una parola in più riporta lo sviluppo lineare della dimostrazione, equivalente a un segmento, alla circolarità della situazione iniziale: il cerchio si è chiuso: la conclusione dà conto dell'uscita dall'aporia, dalla difficoltà iniziale espressa dall'enunciato; la dimostrazione attraverso l'analisi, il suo sviluppo lineare, ritorna come in una costruzione ad anello alla condizione iniziale, con una difficoltà in meno e una parola in più: la proposizione è valida, perché esistono le condizioni che la rendono vera. Così anche il segmento si è chiuso: l'enunciato, sottoposto all'esperienza della dimostrazione, è stato traghettato; la dimostrazione geometrica pone un *peras* (limite) all'*apeiron* (infinito).

Da questo punto di vista gli *Elementi* sono molto moderni: la dimostrazione geometrica di Euclide non ha paura di lavorare con l'infinito. È pur vero però che persiste un non detto, una nube: *apeiron* può voler dire sia illimitato sia infinito, ma tali termini in matematica non sono sinonimi: la sfera, che si può percorrere all'infinito senza paura di cadere, è illimitata in quanto non ha bordi, ma finita in quanto conclusa; una retta, invece, è sia illimitata che infinita.

Caratteristiche generali

Un aspetto è evidente: l'assoluta assenza di riferimenti esterni alla geometria. Gli *Elementi* sono assolutamente laici, perché la religione non è mai evocata, neppure come omaggio alla tradizione che tutto ricollega agli dei. Non sono presenti neppure espliciti riferimenti al mondo reale, con cui certo la geometria è in relazione, non solo perché le figure geometriche nella loro perfezione sono enti astratti, ma anche perché fosse chiaro che la validità del procedimento non è legata a realtà esterne, a prove concrete, all'esperimento, ma alla coerenza coesa della logica: il procedimento funziona anche in assenza di una prova concreta. In questo senso la dimostrazione geometrica è il punto

di arrivo di una strada che risale a Omero. In Omero ricorre più volte il tema dell'arte dell'aedo, un'arte che incanta. Tra tali passi si può porre anche l'elogio che Alcinoo nell'*Odissea* muove al racconto incredibile di Odisseo aedo: il parlare di Odisseo si discosta da quello dei “fabbricatori di false avventure”⁵² (*pseudea t'artynontas*, 11, 366) in quanto il suo parlare esperto (ἐπισταμένως) è fornito di *morphe* (“forma, struttura”) e di saggi pensieri. In assenza di prove a conferma di quanto si dice sono la coerenza e la coesione del discorso, la sua fluidità, a divenire garanzia di verità. Ma il parlare di Odisseo è tale perché posto sotto la protezione di Atena, la dea che esce tutta armata dalla testa di Zeus⁵³, invece nella limpida prosa⁵⁴ di Euclide la conferma non proviene più dagli dei, ma risiede nel rigore del linguaggio.

Ulteriori caratteristiche linguistiche

Essenzialità

Tutte le fasi di una proposizione sono caratterizzate dalla “sottrazione dell'inessenziale, la produzione del significato tramite ellissi”⁵⁵, peculiarità che fa auspicare alla poetessa polacca Wislawa Szymborska l'inserimento del teorema di Pitagora in un'antologia poetica⁵⁶. Esempio di “sottrazione dell'inessenziale” è la parola ipotenusata. Ipotenusata è formula di ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς = “(derivato) dal lato che sottende l'angolo retto”: infatti, come mostra il disegno, i Greci rappresentano il triangolo rettangolo con l'angolo retto in alto. Grazie alla proprietà dell'articolo che viene incontro ai criteri di essenzialità per cui di una formula basta ripetere i cardini per indicarla tutta, applicando quindi

⁵² Tr. di R. Calzecchi Onesti.

⁵³ Con tale immagine il mito rende lo sforzo del partorire un'idea, proiezione della mente, che per realizzarsi si serve del pensiero affilato ovvero Atena, la quale, proiettando in avanti la mente ovvero Zeus, colpisce l'uomo ovvero Odisseo, inducendolo a pensare.

⁵⁴ Sulla nascita della prosa cfr. Asper 2007.

⁵⁵ Per tale caratteristica dello stile matematico cfr. Acerbi 2007, p. 213

⁵⁶ “Non ho difficoltà a immaginare un'antologia dei più bei frammenti della poesia mondiale in cui trovasse posto anche il teorema di Pitagora. Perché no? Lì c'è quella folgorazione che è connaturata alla grande poesia, e una forma sapientemente ridotta ai termini più indispensabili, e una grazia che non a tutti i poeti è stata concessa”, in Szymborska 2006, p. 209.

“la sottrazione dell'inessenziale” si arriva a “ipotenusa”. Il termine ipotenusia è tuttora in uso, anche se può essere cambiato il modo di rappresentare il triangolo rettangolo; questo perché, una volta stabilito un termine, quel termine deve essere mantenuto, altrimenti si ingenererebbe confusione utilizzando parole diverse per un identico concetto: nel lessico scientifico i termini, una volta fissati, sono definitivi, non ammettono l'uso di sinonimi. Esistono però delle notevoli eccezioni: una è ipotesi. Per i Greci essa significa “ciò che è posto sotto”, quindi fondamento, base, principio, che va presupposto e considerato vero, anche in assenza di prove, perché salva *ta phainomena*, come nella dottrina eliocentrica di Aristarco, mentre, a partire da Newton, il suo significato perde il valore probante, perché sono i fenomeni che spiegano i principi⁵⁷. In questo ambito si produce il massimo distacco dal linguaggio poetico, con cui condivide invece l'essenzialità: infatti la poesia è polisemica, a interpretazione variabile a seconda del soggetto, sempre nuova a ogni lettura. Rappresentano matematica e arte vertici opposti e complementari della grandezza dell'uomo: l'una, basandosi su un metodo ripetibile e condivisibile da tutti, produce un risultato universale; l'altra, basandosi sul sentire dell'individuo, tende a un prodotto unico e irripetibile. Lo stesso procedimento di riduzione ha operato in ἡ ὑπὸ ΒΑΓ per intendere l'angolo retto, formula derivata da ἡ ὑπὸ (τῶν) ΒΑΓ γωνία, a sua volta riduzione di ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ περιεχομένη γωνία⁵⁸.

Tuttavia il più calzante esempio dell'essenzialità raggiunta dalla geometria di Euclide deriva dal confronto con la dimostrazione del teorema di Pitagora nel *Menone* di Platone: alla paginetta richiesta dalla dimostrazione euclidea si contrappongono le svariate pagine (82-85b). Nel *Menone* di Platone, dove il teorema di Pitagora procede secondo la dimostrazione di una serie telescopica, la costruzione della figura segue il dialogo, progredisce con esso, invece negli *Elementi* c'è un'unica figura che contiene tutti i passaggi; ancora, nel *Menone*, vengono riportati anche i fallimenti, le dimostrazioni sbagliate, perché il dialogo riproduce la situazione orale in cui si è proceduto per tentativi, negli *Elementi* invece si elimina il superfluo per scrivere solo

⁵⁷ Russo 2018.

⁵⁸ Su questa operazione di riduzione cfr. Mugler 1958, p. 18; in tale opera, a un'accurata introduzione sulle caratteristiche del lessico geometrico seguono i singoli termini in ordine alfabetico. Secondo Acerbi, ad es. 2011, pp. 39-40 e *passim* non è necessario sottintendere sempre sostantivo e participio dato il valore anaforico e appositivo della sequenza articolo-lettere.

quanto conduce al risultato⁵⁹. Per altri aspetti risalta ancora di più il salto compiuto dalla geometria con Euclide: la dimostrazione del teorema di Pitagora nel dialogo platonico non è inserito in una teoria scientifica, in quanto si assume senza dichiararlo che tutte le proposizioni siano vere; dunque in Platone c'è una geometria “sperimentale” ma non teorica; in Platone il fine è altro dalla validità della dimostrazione, in quanto risiede nella dottrina della reminiscenza; il fine poi del dialogo, di cui la dimostrazione dialettica è una parte, è etico, vale a dire rendere l'uomo migliore, il fine degli *Elementi* invece è la geometria. Con gli *Elementi* la geometria vede la nascita del proprio genere.

Astrazione

L'uso dell'articolo consente anche di marcare tre distinti livelli nel passaggio dall'astratto al concreto. Prendendo come esempio l'espressione “triangolo rettangolo” si può constatare come il livello astratto, universale dell'enunciato, per essere privo di qualsiasi caratterizzazione, sia reso con la pluralità (come qui, ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις oppure ad. es. παντὸς τριγώνου = “di ogni triangolo” in I 16); come il livello paradigmatico dell'istanza, per essere indefinito, sia privo di articolo (τρίγωνον ὀρθογώνιον); come il livello concreto della dimostrazione accompagnata dal disegno, per mettere in relazione l'ente con la figura tracciata, suo paradigma, usi l'articolo al singolare (τὸ ΑΒΔ τρίγωνον), anche se più precisamente l'articolo evidenzia la posizione attributiva delle lettere rispetto all'ente geometrico, che di per sé non è mai concreto. Tuttavia, è dato trovare negli enunciati anche il livello paradigmatico (ad es. I 27) e a volte l'articolo al singolare, che sembrerebbe determinare una situazione di ordine particolare come in I 29: in questo caso però la presenza dell'articolo è spiegabile con il fatto che si rimandi alla stessa retta di cui si tratta nel teorema precedente⁶⁰.

A questa stessa condizione rinviano gli enunciati con ἐάν, ad es. I 48, l'inverso del teorema di Pitagora con cui si conclude il I libro.

⁵⁹ Su questi aspetti cfr. Cambiano 2011, in cui lo studioso soffermandosi sulle caratteristiche linguistiche degli *Elementi*, prende le distanze dalla propria precedente posizione: infatti, non vede più nell'uso dell'imperativo perfetto il segno del platonismo di Euclide, ma lo riconduce al fatto che la figura, tracciata completa sin dall'inizio, è presupposta nella dimostrazione (pp. 26-30 con ricca bibliografia).

⁶⁰ Per una diversa spiegazione sulla presenza dell'articolo cfr. Acerbi 2007, p. 294 s.

Con ἐόν si esprime un'ipotesi eventuale, in quanto gli enti sono entità astratte. Tale aspetto, che potrebbe dare sostegno alla concezione di matrice platonica di un ente geometrico preesistente alla sua conoscenza da parte del matematico, si rivela anche in Archimede (*Eratosth. praef.*), per il quale i teoremi sono συμπαραπεπτωκότα, traducibile con “che sono capitati in mente”. In qualche modo si riproduce la triangolazione del mito tra Zeus, Atena e uomo: la dimostrazione, intesa come proiezione dell'ente geometrico, piombando inopinatamente sul matematico rivela e si rivela come *problema*⁶¹.

Voci verbali come possibili atti performativi

Altra caratteristica linguistica ricorrente è l'uso dell'imperativo di terza persona singolare, ad es. ἔστω⁶², molto spesso perfetto medio-passivo, ad es. ἀναγεγράφθω, ἦχθω⁶³. In questa voce verbale, altrimenti poco attestata nei testi greci, la terza persona sottolinea come il soggetto sia l'ente geometrico, il perfetto come la proposizione sia il risultato di un processo antecedente, il passivo come non sia necessario nominare l'agente, ovvero il matematico⁶⁴.

L'imperativo è anche il modo verbale del linguaggio performativo, la cui peculiarità consiste nella coincidenza tra parola e azione, vale a dire nella parola eseguita, di cui esempio per antonomasia si può considerare il γενηθήτω φῶς di *Genesi* 1.3⁶⁵. In

⁶¹ La parola *problema*, composto dalla radice *bal-*, che indica l'idea di gettare, lanciare, e dal preverbo *pro* che vuol dire “davanti”, ha un significato molto concreto: è una “sporgenza” in mezzo al mare, come uno scoglio, che può essere un “ostacolo” o all'opposto qualcosa dietro cui ripararsi, quindi “riparo”; poi, per un processo di astrazione, indica “quesito”, ad es. in Aristotele, e “problema” in Euclide. L'idea del venire fuori è più presente nella forma verbale (*proballo*) e nel latino *proiectio* (da *pro* e *iacio* = “lanciare”, che si può considerare un calco di *problema*) da cui deriva l'italiano proiezione.

⁶² L'imperativo ἔστω dell'istanza in quanto copula lega gli elementi a disposizione: la figura astratta e il disegno, cfr. Acerbi 2007, p. 265.

⁶³ Le forme verbali presenti nel teorema di Pitagora sono ἐστί, λέγω, ἀναγεγράφθω, ἦχθω, ἐπεζεύχθωσαν, κείμεναι, ποιοῦσιν, προσκείσθω, ἔχουσι, δειχθήσεται, περιεχουσῶν ed ἔδειδε per le quali si rinvia a Mugler 1958, dove però non è presente κείμαι.

⁶⁴ Sull'uso delle persone delle voci verbali, soprattutto dopo Euclide, cfr. Acerbi 2012.

⁶⁵ Nella *Genesi* si tratta però di un imperativo aoristo, forse a sottolineare l'azione istantanea dell'atto creativo.

generale il valore performativo della parola ricorre in testi dalla connotazione ancestrale come nell'*Oresteia* di Eschilo, dove caratterizza il parlare autoritario delle Erinni⁶⁶. Forse in tali testi dal sapore magico agisce la consapevolezza che il *logos* sia stato la prima forma di *techne* dell'uomo, il suo primo strumento insieme alle mani di manipolazione del mondo⁶⁷. L'imperativo caratterizza anche i testi delle leggi⁶⁸ come anche i ricettari alla base del linguaggio della medicina: in entrambi i contesti si tratta di una parola che va eseguita, che ha effetto nel divenire azione; in entrambi i contesti la parola può diventare strumento di vita e di morte. Nella proposizione I 47 rispetto all'uso della III persona, spesso imperativo, ricorre un'unica eccezione, che si trova nel *diorismos*, dove si legge la formula λέγω, ὅτι, ma è una eccezione solo apparente perché la formula λέγω, ὅτι rientra ancor più nelle caratteristiche di un enunciato performativo, il cui fine non è asserire il vero o il falso di qualcosa, ma eseguire un'azione, come nell'atto di assegnare il nome nella cerimonia del battesimo. Nella disamina di Austin (in una seconda fase però gli enunciati constativi e quelli performativi si risolvono nella teoria degli atti linguistici), l'enunciato performativo si caratterizza per essere felice o infelice; per essere felice si devono verificare le seguenti condizioni:

- “1. Esiste una procedura convenzionale accettata avente un certo effetto convenzionale, procedura che deve includere l'atto di pronunciare certe parole da parte di certe persone in certe circostanze;
2. Le persone e le circostanze sono appropriate; 3. La procedura è eseguita da tutti i partecipanti sia correttamente che completamente”⁶⁹.

Queste condizioni sono certamente soddisfatte anche dagli *Elementi* di Euclide. In un teorema la sezione strettamente performativa, quella dall'*ekthesis* all'*apodeixis*, è sempre in relazione con la figura. Di conseguenza nella dimostrazione il vero o il falso dell'asserzione iniziale, espressa come un enunciato constativo che come tale descrive qualcosa di cui si possa dire se sia vero o falso, viene dimostrato attraverso enunciati performativi, che, trasformando in azione l'enunciato di partenza, fanno vedere attraverso il tracciato

⁶⁶ Ost 2007, 2004, pp. 137-9 e *passim*.

⁶⁷ Sini 2017.

⁶⁸ Per l'associazione tra i testi della legge e i testi geometrici cfr. Asper 2004.

⁶⁹ Austin 1962 (trad. it. 2012), p. 17.

della figura che può essere solo nel modo richiesto dall'enunciato constativo, per di nuovo concludersi in esso in maniera valida. Nei problemi, interamente volti alla costruzione di una figura, anche l'asserzione iniziale, che si presenta come un infinito equivalente a un imperativo, è performativa come anche la conclusione dove, anche se non è presente l'infinito e tanto meno l'imperativo, persistono le lettere. Quindi, nel caso di un teorema la proposizione inizia con un enunciato constativo che si trasforma in performativo per tornare ad essere constativo, mentre nei problemi tutta la proposizione è performativa in quanto in essi va dimostrato se l'asserto iniziale sia eseguibile o meno, non se sia vero o falso.

In conclusione la figura è il risultato dell'azione della parola geometrica, è parola geometrica eseguita. Allora la proposizione è parola e figura, dice e fa vedere, racconta e schematizza, è analisi e sintesi: le parole, producendo una sequenza, facilitano l'apprendimento che fa leva sulla categoria del tempo; la figura, che sintetizza, facilita quello che fa leva sulla categoria dello spazio: per questo la proposizione è ἀπόδειξις.

Bibliografia:

- Acerbi 2007: Euclide, *Tutte le opere*, introduzione, traduzione, note e apparati di F. Acerbi, Milano 2007
- Acerbi 2010: F. Acerbi, *Il silenzio delle sirene. La matematica greca antica*, Roma 2010
- Acerbi 2011: F. Acerbi, *Perché una dimostrazione geometrica greca è generale* in *La scienza antica e la sua tradizione*, edd. F.F. Repellini – G. Micheli, IV Seminario di Studi (Gargnano, 13-15 ottobre 2008) Milano 2011, pp. 25-80
- Acerbi 2012: F. Acerbi, *I codici stilistici della matematica greca: dimostrazioni, procedure, algoritmi*, «Quad.Urb.Cult.Class.» 101, 2012, pp. 167-214
- Argentieri 2013: N. Argentieri, *La più grande avventura. Figure del tempo nelle storie di Peter Pan e Harry Potter*, Roma 2013
- Asper 2004: M. Asper, 'Law and Logic. Towards an Archaeology of Greek Abstract Reason', *AION* 26, 2004, pp. 73-94
- Asper 2007: M. Asper, 'Medienwechsel und kultureller Kontext. Die Entstehung der griechischen Sachprosa', in J. Althoff (ed.),

- Philosophie und Dichtung im antiken Griechenland*, Stuttgart 2007, pp. 67-102
- Asper 2009: M. Asper, 'The two Cultures of Mathematics in Ancient Greece' in *The History of Mathematics*, edd. E. Robson – J. Stedall, Oxford univ. 2009, pp. 107-132
- Austin 1962: J. L. Austin, *Come fare cose con le parole*, Oxford 1962 (trad. it. 2012).
- Berti 1984: E. Berti, 'L'analisi geometrica della tradizione euclidea e analitica di Aristotele', in *La scienza ellenistica* (Atti delle tre giornate di studio tenutesi a Pavia dal 14 al 16 aprile 1982), edd. G. Giannantoni - M. Vegetti, Napoli 1984, pp. 95-127
- Cambiano 2011: G. Cambiano, 'Manuale 'tecnico' e manuale 'scientifico': i casi di Euclide e di Erone', in *L'insegnamento delle technai nelle culture antiche* (Atti del convegno Ercolano, 23-24 marzo 2009), edd. A. Rosselli – R. Velardi, Pisa-Roma 2011, pp. 23-36
- Cuomo 2001: S. Cuomo, *Ancient Mathematics*, London 2001
- D'Amore-Sbaragli 2017: B. D'Amore – S. Sbaragli, *La matematica e la sua storia. Dalle origini al miracolo greco*, Bari 2017
- Federspiel 1992: M. Federspiel, *Sur l'origine du mot SHMEION en géométrie*, REG 105, 1992, pp. 385-405
- Fowler 2011: R.L. Fowler, 'Mythos and logos', JHS 131, 2011
- Frajese 1966: A. Frajese, 'Gli inizi della matematica di precisione nella Magna Grecia', in *Filosofia e scienze in Magna Grecia* (Atti del Quinto Convegno di studi sulla Magna Grecia, Taranto, 10-14 ottobre 1965), Taranto 1966, pp. 39-53
- Frajese-Maccioni 1970: Euclide, *Elementa*, edd. A. Frajese, L. Maccioni, Torino 1970
- Grazy 2008: J. Gray, 'La geometria dello spazio', in *Matematica* 2008, pp. 555-585
- Hartshorne 2008: R. Hartshorne, 'Sui fondamenti della geometria', in *Matematica* 2008, pp. 531-554
- Jacob 1998: Chr. Jacob, 'La bibliothèque, la carte et le traité. Les formes de l'accumulation du savoir à Alexandrie', in *Sciences exactes et sciences appliquées à Alexandrie*, edd. G. Argoud, J.Y. Guillaumin, Saint-Etienne 1998, pp. 19-37
- Kavafis 1998: C. Kavafis, *Le mura intorno. 80 poesie*, Milano 1998

- Lolli 2005: G. Lolli, *QED. Fenomenologia della dimostrazione*, Torino 2005
- Lorenzi – Francaviglia 2010: M.G. Lorenzi, M. Francaviglia, *Dal cosmo al numero e alla geometria euclidea*, «Technai» 1, 2010, pp. 23-37
- Manin 2008: Y.I. Manin, ‘Matematica e conoscenza: aspetti interni, sociali e culturali’, in *Matematica 2008*, pp. 3-32
- Matematica 2008: La matematica. 2 Problemi e teoremi*, edd. C. Bartocci – P. Odifreddi, Torino 2008
- Meschkowski 1973: H. Meschkowski, *Mutamenti nel pensiero matematico*, Torino 1973
- Migliorato 2005: R. Migliorato, *La Rivoluzione Euclidea e i “Paradigmi Scientifici” nei Regni Ellenistici*, «Incontri Mediterranei» 15, 2005, pp. 3-24
- Mugler 1958: C. Mugler, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris 1958
- Ost 2004 (trad. it. 2007); F. Ost, *Raconter la loi. Aux source de l’imaginaire juridique*, Paris 2004 (trad. it *Mosé, Eschilo, Sofocle. All’origine dell’immaginario giuridico*, Bologna 2007)
- Radnitzky 1979: G. Radnitzky, s.v. *Metodo* in *Enciclopedia del Novecento* 1979 ([http://www.treccani.it/enciclopedia/metodo_\(Enciclopedia_de_l_Novecento\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/metodo_(Enciclopedia_de_l_Novecento)/))
- Russo 2001: L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, prefazione di M. Cini, Milano 2001 (1a ed. 1996)
- Russo 2010: L. Russo, ‘La rivoluzione dimenticata’ in *Eureka! il genio degli antichi* (Napoli, Museo Archeologico Nazionale 11 luglio 2005 – 9 gennaio 2006), Napoli 2005, pp. 21-27
- Russo 2018: L. Russo, *Ipotesi*, in *Giornata Mondiale della lingua e della cultura ellenica*, Roma, 2/9/2018, *e manuscripto*
- Stamatis 1963: E.S. Stamatis, *Ueber Euklid, den Mathematiker*, «Altertum» 9, 1963, pp. 78-84
- Szyborska : W. Szyborska ‘Verità e finzione’, in *Lecture facultative*, Milano 2006

- Szabó 1971: A. Szabó, *La teoria pitagorica delle proporzioni*, «Parola del passato» 26, 1971, pp. 81-93
- Szabó 1974:75: A. Szabó, *Analysis und Synthesis. (Pappus II. p. 634 ff., Hultsch)*, «Acta classica Universitatis Scientiarum Debreceniensis»10, 1974-75, pp. 155-164
- Szabó 1983 e 1988: A. Szabó, ‘Le scienze in Magna Grecia’ (pp. 555-584), poi riedito come ‘Le scienze fisiche e matematiche’, in *Magna Grecia. Vita religiosa e cultura letteraria, filosofica e scientifica*, ed. G. Pugliese Carratelli, Milano 1988, pp. 237-258
- Szabó 1983: A. Szabó, in *Megale Hellas. Storia e civiltà della Magna Grecia*, dir. G. Pugliese Carratelli, Milano 1983, pp. 555-584
- Thomas 2004: R.S.D. Thomas, ‘Euclid’s non-Euclidean geometry’, in *Daimonpylai. Essays in classics and the classical tradition presented to Edmund G. Berry*, edd. R.B. Egan – M. Joyal, Univ. Manitoba 2004, pp. 469-478
- Vega Reñón 1996: L. Vega Reñón, ‘La dimostrazione’, in *I Greci. Storia Cultura Arte Società. I Noi e i Greci*, Torino, ed. S. Settis, 1996, pp. 285-318
- Wallace 1996: R. Wallace, *What was Greek about Greek Mathematics?*, «Scripta classica Israelica» 15, 1996, pp. 82-89
- Zellini 2010: P. Zellini, *Numero e logos*, Milano 2010

Sitografia:

- <http://archive.org/stream/Dictionnaire-Etymologique-Grec/Chantraîne-DictionnaireEtymologiqueGrec#page/n1067/mode/2up>
- <http://www.treccani.it/vocabolario/proposizione/>
- Bodei – Bottazzini 2018: R. Bodei – U. Bottazzini, *Pitagora, il padre di tutti i teoremi*, //www.mulino.it/a/dialoghi-matematici-2018
- Sini 2017: C. Sini, *Logos e techne, tecnologia e filosofia* = <http://romanaedisputationes.com/video-lezioni-ed-2017/>